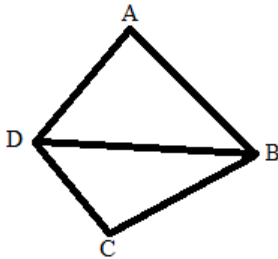


II Областная математическая олимпиада на приз Губернатора области

Задания отборочного этапа

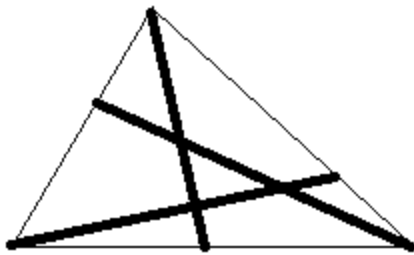
6 класс

1. На карте обозначены 4 деревни: А, В, С, D, соединенные тропинками (см. рисунок).



В справочнике написано, что на маршрутах А-В-С и В-С-D по 10 колдобин, на маршруте А-В-D - 22 колдобины, а на маршруте А- D- В - 45 колдобин. Туристы хотят добраться из А в D так, чтобы на их пути было как можно меньше колдобин. По какому маршруту им надо идти? Докажите, что на указанном Вами маршруте действительно меньше всего колдобин.

2. На доске написано число 12. В течение каждой минуты число либо умножают, либо делят на 2, либо на 3, и результат записывают на доску вместо исходного числа. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 54.
3. В лесу, состоящем из дубов и елок, компания «Пень-Инвест» вырубил одну треть всех дубов и одну шестую всех елок. Докажите, что отчет экологической организации «Зеленый мститель», утверждающий, что была вырублена половина всех деревьев, содержит неверные данные.
4. Большой треугольник разбит тремя жирными отрезками на 4 треугольника и 3 четырехугольника (см.рисунок).



Сумма периметров четырехугольников равна 25 см. Сумма периметров треугольников (исключая большой) равна 20 см. Периметр большого треугольника равен 19 см. Найдите сумму длин жирных отрезков. Приведите полное решение.

5. Докажите, что $\frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2016} > \frac{1}{2}$.
6. При полной заправке топливом моторная лодка проплывает 40 км против течения или по течению 60 км. Какое наибольшее расстояние моторная лодка может проплыть по реке, если бензина должно хватить и на обратную дорогу в точку отправления?
7. Петя и Коля копили монеты достоинством в 1, 2, 5 рублей, причем оказалось, что в Петиней копилке нет монет того же достоинства, что в Колиной. Могут ли ребята заплатить по 2018 рублей из своих копилки одинаковым числом монет? (Объясните свой ответ)



II Областная математическая олимпиада на приз Губернатора области

Задания отборочного этапа

7 класс

1. Найдите все тройки простых чисел x, y, z , такие, что $19x+yz=1995$.
2. Высота $АН$ и биссектриса $ВL$ треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что угол $ВАН$ равен 18 градусов, а угол BCA – 54 градуса. Найти угол $АСМ$.
3. Можно ли разлить 50 л бензина по трем бакам так, чтобы в первом баке было на 10 л больше, чем во втором, а после переливания 26 л из первого бака в третий в третьем баке стало столько же, сколько во втором?
4. Папа дал Маше денег на 30 тетрадей. В магазине в обмен на чек о покупке 20 тетрадей возвращают 25% стоимости, а в обмен на чек о покупке 5 тетрадей 10% . Какое наибольшее число тетрадей может купить Маша?
5. На доске написано число 12 . В течение каждой минуты число либо умножают, либо делят на 2 , либо на 3 , и результат записывают на доску вместо исходного числа. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 54 .
6. Какую цифру надо поставить вместо $*$ в числе $666\dots666*555\dots555$ (цифры 6 и 5 выписаны по 50 раз), чтобы получившееся число делилось на 7 ?
7. В ящике лежат синие, красные, белые и черные шарики, по 20 штук каждого цвета. Какое минимальное количество шариков нужно вытащить, чтобы среди них точно нашлись две группы по 6 шариков, причем в каждой группе шарики одного цвета

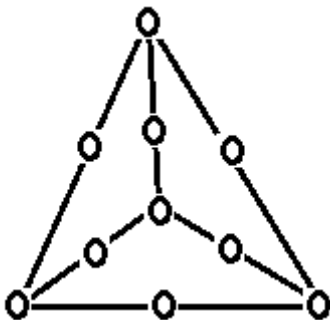


II Областная математическая олимпиада на приз Губернатора области

Задания отборочного этапа

8 класс

1. Василий Петров выполняет задание по английскому языку. В этом задании есть 10 английских выражений и их переводы на русский в случайном порядке. Нужно установить верные соответствия между выражениями и их переводами. За каждое правильно установленное соответствие даётся 1 балл. Таким образом, можно получить от 0 до 10 баллов. Вася ничего не знает, поэтому выбирает варианты наугад. Найдите вероятность того, что он получит ровно 9 баллов.
2. Если к числу 200 прибавить натуральное число A , то получится квадрат некоторого натурального числа. Если к числу 276 прибавить A , то так же получится квадрат натурального числа. Найдите число A .
3. Расположите числа 1^{888} , 2^{777} , 3^{666} , 4^{555} , 5^{444} , 6^{333} , 7^{222} , 8^{111} в возрастающем порядке.
4. Какую цифру надо поставить вместо * в числе $666\dots 666*555\dots 555$ (цифры 6 и 5 выписаны по 50 раз), чтобы получившееся число делилось на 7?
5. Точка E — середина основания AD трапеции $ABCD$. Отрезки BD и CE пересекаются в точке F . Известно, что AF перпендикулярен BD . Докажите, что $BC=FC$.
6. Можно ли в кружочках расставить все целые числа от 0 до 9 так, чтобы сумма трех чисел, вдоль любого из шести отрезков была одной и той же?

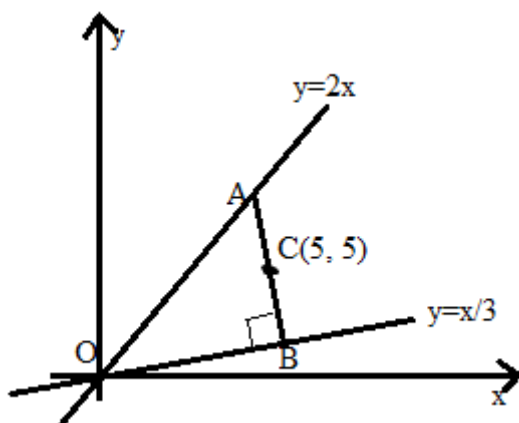


7. Саша, Лёша и Коля одновременно стартуют в забеге на 100 м. Когда Саша финишировал, Лёша находился в десяти метрах позади него, а когда финишировал Лёша — Коля находился позади него в десяти метрах. На каком расстоянии друг от друга находились Саша и Коля, когда Саша финишировал? (Предполагается, что все мальчики бегут с постоянными, но, конечно, не равными скоростями.)

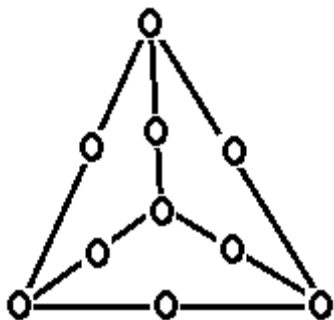
II Областная математическая олимпиада на приз Губернатора области

Задания отборочного этапа 9 класс

1. Найдите площадь прямоугольного треугольника OAB , изображенного на рисунке.



2. Можно ли в кружочках расставить все целые числа от 0 до 9 так, чтобы сумма трех чисел, вдоль любого из шести отрезков была одной и той же?



3. В классе 25 детей. Для дежурства наугад выбирают двоих с разными обязанностями. Вероятность того, что оба дежурных окажутся мальчиками, равна $3/25$. Сколько в классе девочек?
4. Если $n \in \mathbb{N}$. Докажите, что $(n+2)(n+1)n(n-1)+1$ – квадрат целого числа.
5. Вычислите $\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2014+2015}{2016}\right) + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{672}$.
6. Каждый из 10 гномов либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Известно, что каждый из них любит ровно один сорт мороженого: сливочное, шоколадное или фруктовое. Сначала Белоснежка попросила поднять руки тех, кто любит сливочное мороженое, и все подняли руки, потом тех, кто любит шоколадное мороженое – и половина гномов подняли

руки, потом тех, кто любит фруктовое мороженое – и руку поднял только один гном. Сколько среди гномов правдивых?

7. Если к числу 200 прибавить натуральное число A , то получится квадрат некоторого натурального числа. Если к числу 276 прибавить A , то так же получится квадрат натурального числа. Найдите число A .



II Областная математическая олимпиада на приз Губернатора области

Задания отборочного этапа 10 класс

1. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 42. Сумма квадратов этой же последовательности равна 1092. Найти эти три члена изначальной последовательности.
2. Если $n \in \mathbb{N}$. Докажите, что $(n+2)(n+1)n(n-1)+1$ – квадрат целого числа.
3. В классе 25 детей. Для дежурства наугад выбирают двоих с разными обязанностями. Вероятность того, что оба дежурных окажутся мальчиками, равна $\frac{3}{25}$. Сколько в классе девочек?
4. Дан треугольник ABC с углом BAC, равным 24° , на сторонах AB и AC взяты точки M и P соответственно. При этом окружность с центром в P, проходящая через A, проходит также через M, а окружность с центром в M, проходящая через B, проходит также через C и P. Найдите угол ABC.
5. Вычислите $\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2014+2015}{2016}\right) + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{672}$.
6. Если число 100^{10} записать в виде суммы десятков $(10+10+10+\dots+10)$, то сколько получится слагаемых?
7. Каждый из 10 гномов либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Известно, что каждый из них любит ровно один сорт мороженого: сливочное, шоколадное или фруктовое. Сначала Белоснежка попросила поднять руки тех, кто любит сливочное мороженое, и все подняли руки, потом тех, кто любит шоколадное мороженое – и половина гномов подняли руки, потом тех, кто любит фруктовое мороженое – и руку поднял только один гном. Сколько среди гномов правдивых?