

10 КЛАСС

1. Десять человек пришли в гости в головных уборах. Через какое-то время они начали уходить домой по одному. Каждый человек, уходя, надевал любой головной убор, который налезал на его голову. Если такого не находилось, то человек уходил без головного убора. Чему равно наибольшее число гостей, которое могло уйти без головного убора? (Предполагается, что размеры голов у всех были разные.)
2. Из сосуда, наполненного чистым глицерином, отлили литр глицерина, а взамен долили литр воды. После перемешивания снова отлили литр смеси и долили литр воды. Наконец, опять после перемешивания отлили литр смеси и долили литр воды. В результате этих операций количество воды в сосуде оказалось в семь раз больше по объему оставшегося в нем глицерина. Каков объем сосуда?
3. Существует ли треугольник с целочисленными сторонами, площадь которого равна $10\sqrt{2}$?
4. Найти наименьшее значение выражения
$$\sqrt{(b-3)^2 + (a-2b-2)^2} + \sqrt{(a+b)^2 + (a-b)^2} + \sqrt{(a-7)^2 + (b-3)^2}.$$
5. Две окружности радиусов 1 и 4 касаются друг друга внутренним образом. Найти радиус окружности, касающейся обеих данных окружностей и прямой, проходящей через их центры.

Продолжительность выполнения заданий - 240 минут

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35