

8 КЛАСС

1. В некоторой компании из 5 человек каждый является или рыцарем, или лжецом. Рыцари всегда сообщают правду, лжецы всегда говорят неправду. Известно, что рыцари среди них точно имеются. Каждый рыцарь задумал число 1, каждый лжец задумал число 2, о чём всем стало известно. Далее прозвучало 5 заявлений: участники друг за другом последовательно заявили, что сумма всех загаданных чисел равна 8, 7, 6, 7, 8. Можно ли по этим данным точно установить, кто рыцарь, а кто лжец?
2. Найти наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы шести различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.
3. Алла и Борис по очереди берут конфеты из коробки. За один ход каждый из них может взять одну, две или три конфеты, но не может при этом повторить последний ход соперника. Всего в коробке 200 конфет. Проиграет тот, кто не сможет сделать очередной ход. Сможет ли Алла обеспечить себе победу, если она начинает игру первой?
4. Дан квадрат $ABCD$. На продолжении диагонали AC за точку C отмечена такая точка K , что $BK = AC$. Найти угол CBK .
5. Положительные числа a, b таковы, что $ab = 1$. Доказать при этих условиях неравенство

$$\frac{a}{a^2 + 3} + \frac{b}{b^2 + 3} \leq \frac{1}{2}.$$

Продолжительность выполнения заданий - 180 минут

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35